

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD  
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ  
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027  
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П.А. Машаров  
« 16 » \_\_\_\_\_ апреля 2026 г.  
МП

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ**

|                                                    |                                |
|----------------------------------------------------|--------------------------------|
| Укрупненная группа направлений подготовки          | 01.00.00 Математика и механика |
| Программа высшего образования                      | Программа бакалавриата         |
| Направление подготовки                             | 01.03.01 Математика            |
| Направленность (профиль) образовательной программы | Математика                     |
| Квалификация                                       | Бакалавр                       |
| Форма обучения                                     | Очная                          |

Рабочая программа адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины **«Избранные вопросы теории функций»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль подготовки: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026года.

Разработчик:

профессор кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений  
доктор физ.-мат. наук, профессор

В.В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений.  
Протокол от 14.04.2026 № 8

Заведующий кафедрой

В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2026

Н.Е. Мащенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 15.04.2026 № 3  
Председатель

Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.  
14.04.2026

В.В. Волчков

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Производственная практика: научно-исследовательская работа, Производственная практика: преддипломная практика, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

| Наименование показателя                         | Значение показателя                                      |
|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Название образовательной программы              | 01.03.01 Математика (Программа бакалавриата: Математика) |
| Шифр и название в соответствии с учебным планом | Б1.Б.40 Избранные вопросы теории функций                 |
| Часть образовательной программы                 | Базовая часть                                            |
| Количество зачетных единиц/ всего часов         | 3 /108                                                   |

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

| Форма обучения | курс | семестр | Общее количество часов |              |              |                                   |       | Форма контроля |
|----------------|------|---------|------------------------|--------------|--------------|-----------------------------------|-------|----------------|
|                |      |         | лекционных             | лабораторных | практических | самостоятельной работы + контроль | всего |                |
| Очная          | 4    | 8       | 20                     | –            | 40           | 48                                | 108   | экзамен        |

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах; подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

#### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

##### 4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

##### 4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.1. Применяет современные математические методы и приемы в профессиональной деятельности.

##### 4.3. Результаты обучения

ОПК-1.1.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач, связанных с теорией периодических в среднем функций.

ОПК-1.1.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины (находить разложения функций в ряды Фурье по гармоникам, решать интегральные уравнения типа Абеля, производить преобразования со специальными функциями).

ОПК-1.1.3. Владеет методами теории специальных функций, методами группового анализа, методами исследования структуры решений уравнений свертки.

#### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

| Название темы                                         | Краткое содержание темы (вопросы темы)                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Раздел 1. Некоторые специальные функции               | 1.1. Г-функция<br>1.2. В-функция<br>1.3. Цилиндрические функции                                                                                 |
| Раздел 2. Функции с нулевыми интегралами по кругам    | 2.1. Примеры и простейшие свойства<br>2.2. Множества единственности и описание класса $V_r$<br>2.3. Теоремы о двух радиусах и свойство Лиувилля |
| Раздел 3. Функции с нулевыми интегралами по квадратам | 3.1. Квадрат как множество Помпейю<br>3.2. Задача трёх квадратов<br>3.3. Локальная теорема о квадрате                                           |
| Раздел 4. Приложения к вопросам анализа               | 4.1. Теоремы типа Мореры<br>4.2. Усиление теоремы Дзядыка<br>4.3. Аппроксимация индикаторами                                                    |

#### 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 8

| Наименования разделов и тем                        | Количество часов |        |        |       |       |
|----------------------------------------------------|------------------|--------|--------|-------|-------|
|                                                    | Лекц.            | Лабор. | Практ. | СРС+К | Всего |
| Раздел 1. Некоторые специальные функции            | 3                |        | 8      | 12    | 23    |
| Г-функция                                          | 1                |        | 1      | 2     | 4     |
| В-функция                                          | 1                |        | 1      | 2     | 4     |
| Цилиндрические функции                             | 1                |        | 6      | 8     | 15    |
| Раздел 2. Функции с нулевыми интегралами по кругам | 8                |        | 12     | 12    | 32    |
| Примеры и простейшие свойства                      | 2                |        | 4      | 4     | 10    |
| Множества единственности и описание класса $V_r$   | 3                |        | 4      | 4     | 11    |
| Теоремы о двух радиусах и свойство                 | 3                |        | 4      | 4     | 11    |

|                                                       |           |   |           |           |            |
|-------------------------------------------------------|-----------|---|-----------|-----------|------------|
| Лиувилля                                              |           |   |           |           |            |
| Раздел 3. Функции с нулевыми интегралами по квадратам | <b>6</b>  |   | <b>12</b> | <b>12</b> | <b>30</b>  |
| Квадрат как множество Помпейю                         | 2         |   | 4         | 4         | 10         |
| Задача трёх квадратов                                 | 2         |   | 4         | 4         | 10         |
| Локальная теорема о квадрате                          | 2         |   | 4         | 4         | 10         |
| Раздел 4. Приложения к вопросам анализа               | <b>3</b>  |   | <b>8</b>  | <b>12</b> | <b>23</b>  |
| Теоремы типа Мореры                                   | 1         |   | 4         | 6         | 11         |
| Усиление теоремы Дзядыка                              | 1         |   | 2         | 4         | 7          |
| Аппроксимация индикаторами                            | 1         |   | 2         | 2         | 5          |
| ИТОГО ЗА СЕМЕСТР                                      | <b>20</b> | – | <b>40</b> | <b>48</b> | <b>108</b> |

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

#### Раздел 1

1. Аналитическое продолжение  $\Gamma$ -функции и  $V$ -функции.
2. Формула удвоения Лежандра.
3. Разложение  $1/\Gamma$  в бесконечное произведение.
4. Функции Бесселя первого рода (разложение в ряд, линейная зависимость и независимость, формулы дифференцирования, рекуррентное соотношение, дифференциальное уравнение, интеграл Бесселя, асимптотика на бесконечности, свойства нулей, полнота).

#### Раздел 2

5. Пример Чакалова.
6. Теорема о среднем для решений уравнения Гельмгольца.
7. Уравнение Абеля.
8. Простейшие свойства класса функций с нулевыми интегралами по кругам фиксированного радиуса.
9. Теорема единственности Джона-Смита и ее обобщения.
10. Структура класса  $V_r$ .
11. Теорема Зальцмана о двух радиусах.
12. Локальная теорема о двух радиусах.
13. Теоремы типа Лиувилля для класса функций с нулевыми интегралами по кругам.

#### Раздел 3

14. Теорема Помпейю.
15. Теорема Произволова.
16. Теорема Малюгина.
17. Теорема о квадрате для локально суммируемых функций (метод сглаживания).
18. Теорема Беренштейна-Тэйлора-Лаирда.
19. Обобщение теоремы о трёх квадратах.
20. Преобразование Радона, теорема Крамера-Вольда.
21. Задача о минимальном круге для квадрата.

#### Раздел 4

22. Усиление теоремы Мореры, теорема Зальцмана.
23. Геометрическое описание голоморфных функций.
24. Отображения, сохраняющие меру.

## 25. Аппроксимация индикаторами.

### 7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Группа вращений евклидова пространства.
2. Элементы теории представлений групп.
3. Инвариантное интегрирование.
4. Преобразование Фурье радиальных функций и их обобщений.
5. Свойства функций Бесселя.
6. Свойства Г-функции и В-функции в комплексной плоскости.
7. Сферические гармоники.
8. Дробное дифференцирование и интегрирование.

### 7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- радиальные функции и их обобщения (продолжение до радиальной функции, вычисление радиализации, разложение в ряд Фурье по гармоникам);
- теоремы о среднем (вычисление интегралов с помощью теорем о среднем);
- решение интегральных уравнений (решить интегральное уравнение типа Абеля).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

### 7.4. Образец содержания экзаменационного билета:

1. Теорема о двух радиусах.
2. Вычислить интеграл  $\iint_{|z-w| \leq r} J_m(\rho) e^{im\varphi} dx dy$ .
3. Решите уравнение  $\int_0^x \frac{f(t) dt}{\sqrt{x-t}} = x^n$ .

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по столбальной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной

аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 8

| Номера разделов       | Виды работ                                     | Максимальное количество баллов |
|-----------------------|------------------------------------------------|--------------------------------|
| 1-4                   | Организационно-учебная работа в аудитории      | 5                              |
|                       | Самостоятельная работа                         | 5                              |
|                       | Контрольные работы по практике                 | 50                             |
|                       | Контрольная работа по теоретическому материалу | 40                             |
| ИТОГО                 |                                                | 100                            |
| Экзамен               |                                                | 100                            |
| Общий итог за семестр |                                                | 100                            |

### Соответствие баллов оценке

| Количество баллов из 100 | ECTS | Оценка по пятибалльной шкале      |            |
|--------------------------|------|-----------------------------------|------------|
|                          |      | Экзамен, дифференцированный зачет | Зачет      |
| 90-100                   | A    | отлично                           | зачтено    |
| 80-89                    | B    | хорошо                            |            |
| 75-79                    | C    |                                   |            |
| 70-74                    | D    | удовлетворительно                 |            |
| 60-69                    | E    |                                   |            |
| 35-59                    | FX   | неудовлетворительно               | не зачтено |
| 0-34                     | F    |                                   |            |

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 10.1. Основная литература

1. Машаров, П. А. Классические интегральные преобразования: учебно-методическое пособие / П.А. Машаров, Н.П. Волчкова. – Донецк: ДонНУ, 2017. – Текст:

электронный // ЭБС ФГБОУ ВО «ДонГУ»: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.

#### 10.2. Дополнительная литература

2. Волчков, В. В. Интегральные преобразования: учебное пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волчкова, П.А. Машаров. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 203 с. – Текст: электронный // ЭБС ФГБОУ ВО «ДонГУ»: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.

### 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU**: сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

3. **Национальная подписка**: сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: <https://podpiska.rcsi.science/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.

4. **Национальная электронная библиотека (НЭБ)**: федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

5. **Образовательная платформа Юрайт**: сайт. – Москва, 2013- . – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронная библиотека РГБ**: раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – <https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary>. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.

7. **Электронно-библиотечная система Лань**: сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

9. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

10. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

### 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕДОС, Astra Linux (OEM).
2. OpenOffice, LibreOffice.